



Analýza dát

Prednáška 9

Testovanie numerických dát,
Studentovo t-rozdelenie a t-test

Testovanie pre jeden priemer– párové dáta

Príklad 1

Spoločnosť, ktorá pripravuje študentov na SAT testy v rámci reklamy deklaruje, že po absolvovaní ich kurzu sa zvýši SAT skóre ich študentov o viac ako 100 bodov. Skupina zákazníkov sa rozhodla toto tvrdenie overiť a náhodne vybrala 81 študentov, ktorí absolvovali kurz. Pre každého študenta vedeli, aké mal skóre pred začatím kurzu a po ukončení kurzu a pre každého študenta vypočítali rozdiel: $x_1 = 57, x_2 = 133, \dots, x_{81} = 140$. Priemerná hodnota rozdielov bola 135,9 a smerodajná odchýlka 82,2. Poskytujú nám tieto dáta presvedčivý dôkaz o tom, čo spoločnosť tvrdí vo svojej reklame?

Testovanie rozdielu dvoch priemerov

Príklad 2

- Vyučujúci pripravil 2 varianty testu: A a B a chcel by zistiť, či sú oba varianty rovnako náročné. Náhodne vybral 42 študentov, ktorí vypracovali variant A a 35 študentov, ktorí vypracovali variant B. Výsledky boli nasledujúce:

	Variant A	Variant B
$\bar{x}$	79,4	74,1
s	14	20
n	42	35

- Môžeme na základe týchto údajov tvrdiť, že variant A bol jednoduchší?

Testovanie rozdielu dvoch priemerov

- budeme uvažovať o rozdiel medzi dvoma priermi populácie $\mu_1 - \mu_2$;
- bodový odhad pre rozdiel priemerov bude: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$
- SE pre rozdiel priemerov bude:

$$SE_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \approx \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$
$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \text{nulová hodnota}}{SE}$$

Intro do studentovho t-rozdelenia

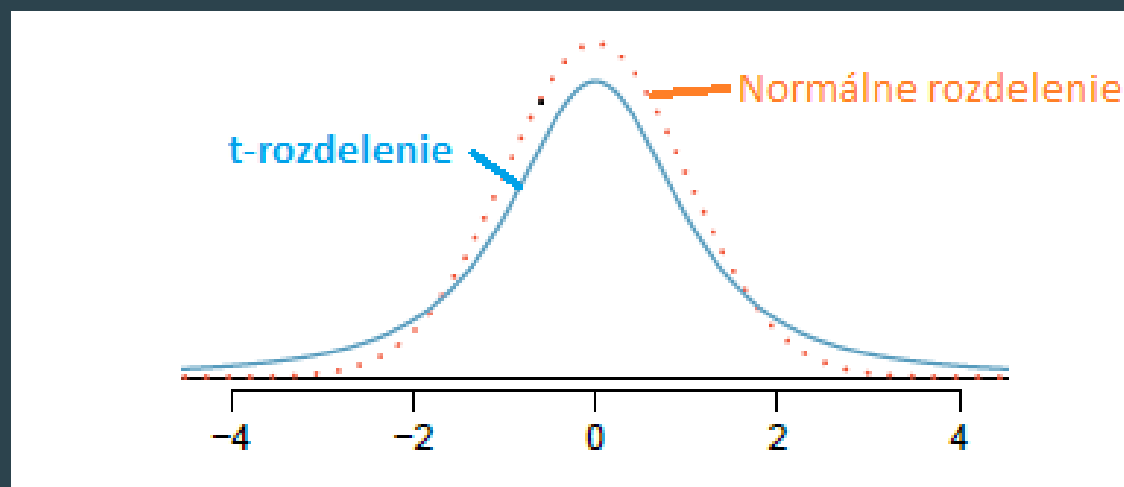
Jednou z podmienok CLT bolo, aby pre veľkosť vzorky platilo: $n \geq 30$. Čo ak táto podmienka nie je splnená??

Tento problém bolo treba vyriešiť v súvislosti s výrobou piva Guinness:

[Ako súvisí výroba piva so štatistikou?](#)

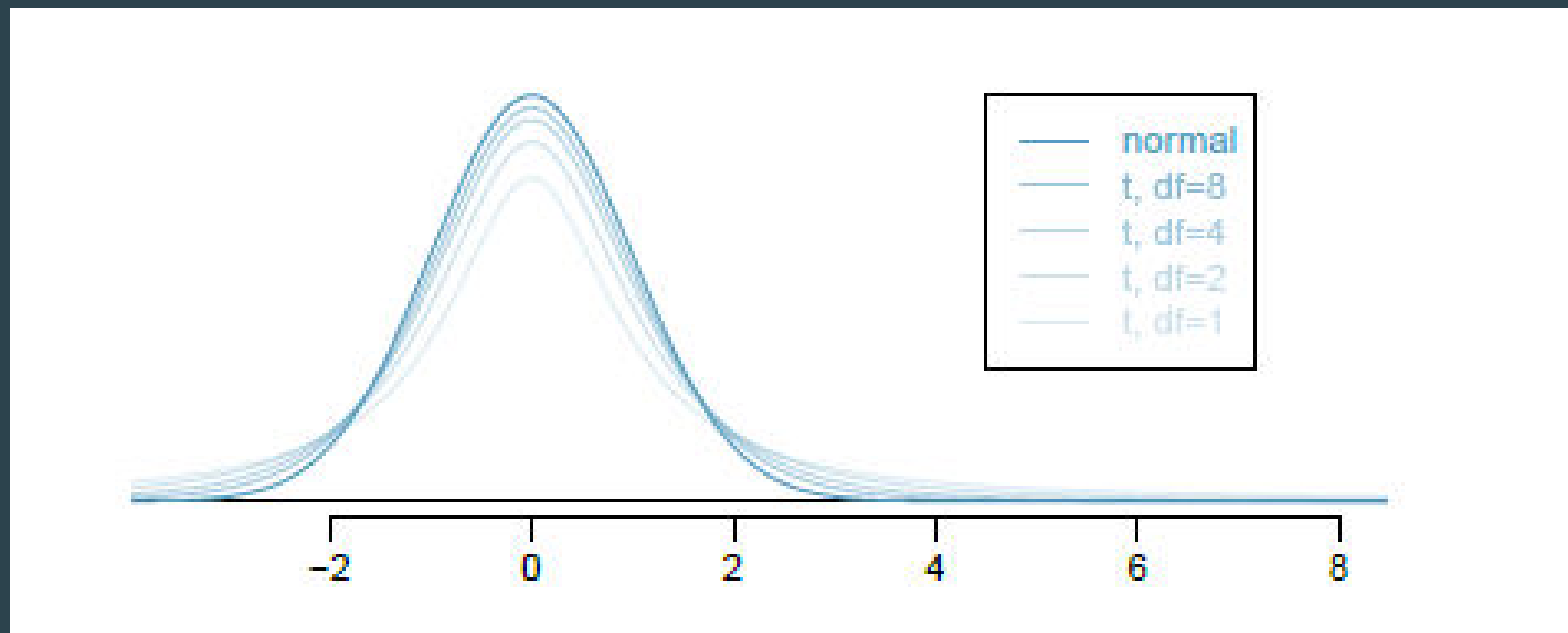
t-rozdelenie

- jeho histogram je podobný na gaussovu krivku, ale krivka je nižšia a má „tučnejšie“ okraje



Stupeň voľnosti pre t-rozdelenie

- má iba jeden parameter, ktorý sa nazýva stupeň voľnosti (degree of freedom=df)
- čím väčší počet stupňov voľnosti t-rozdelenie má, tým viac sa podobá na normálne rozdelenie



Výpočet hodnôt t-rozdelenia

- analogicky ako pri práci so z-skóre pri normálnom rozdelení bude pomáhať buď tabuľka t-rozdelenia alebo Excel
- Excel:
 - pre výpočet príslušnej pravdepodobnosti (časti roviny pod krivkou): **T.DIST**(hodnota t-rozdelenia; stupeň voľnosti; true) alebo **T.DIST.2T** alebo **T.DIST.RT**
 - pre výpočet hodnoty t-rozdelenia, ak poznáme príslušnú pravdepodobnosť: **T.INV**(pravdepodobnosť; stupeň voľnosti) alebo **T.INV.2T**

Príklad

Pre akú časť t-rozdelenia s 18-timi stupňami voľnosti (v percentách) platí, že:

- $P(t < -2,1) =$
- $P(t > 2,1) =$
- $P(|t| > 2,1) =$

Príklad 3

- V niektorých krajinách, napr. v Japonsku je mäso z delfína pomerne rozšírenou pochúťkou, dokonca aj v školských jedálňach. Kvôli znečisteniu však delfínie mäso vykazuje pomerne vysoký obsah ortuti. Aby vedci overili, či je toto mäso zdraviu škodlivé alebo nie, získali vzorku mäsa z 19 delfínov (týchto 19 delfínov možno považovať za náhodne vybranú vzorku). Priemerný obsah ortuti bol 4,4 a smerodajná odchýlka 2,3. Vypočítajme 95% interval spoľahlivosti pre priemernú hodnotu ortuti na základe hodnôt zo vzorky 19 delfínov.

Interval spoľahlivosti pre priemer pre t-rozdelenie

- aplikujeme vedomosti o intervale spoľahlivosti pre priemer populácie s použitím normálneho rozdelenia prispôsobené na t-rozdelenie:

$$\mu \in \bar{x} \pm t_{n-1}^* SE$$

- $\bar{x}$ je priemer vzorky
- $SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$
- t_{n-1}^* je hodnota t-rozdelenia, ktorá zodpovedá intervalu spoľahlivosti a stupňu voľnosti $n - 1$

t-test

- testovanie hypotéz prebieha analogicky ako pri vzorkách s $n \geq 30$, teda 5 krokový proces, jediný rozdiel bude v 4. kroku, kedy budeme počítat' bud':
 - interval spoľahlivosti na základe t-rozdelenia
 - p-hodnotu opäť na základe t-rozdelenia (nezabudnúť na stupeň voľnosti = $n-1$)

Príklad 1 - pokračovanie

Zistite, či dáta zo vzoriek mäsa z 19 delfínov (priemerný obsah ortuti bol 4,4 a smerodajná odchýlka 2,3) poskytujú presvedčivý dôkaz o tom, že hranica povolená hranica pre obsah ortuti je 0,4.

Otestujte pomocou t-testu na hladine významnosti 0,01.

Zopár poznámok na záver

My sme sa naučili :

- testovať hypotézy o priemeroch a relatívnych početnostiach, dajú sa však testovať aj iné parametre;
- testovať pomocou z-skóre, χ^2 testu, t-testu, ale existuje mnoho iných testov, napr.: Fisherov F - test, Wilcoxonov test, Kruskalov-Wallisov test, Friedmanov test, Kolmogorovov-Smirnovov test... postup je však stále rovnaký ☺

Zopár poznámok na záver

- robiť tzv. obojstranné testy, teda keď alternatívna hypotéza znela, že

$$\mu \neq \text{niečomu},$$

ale existujú aj tzv. jednostranné testy, keď alternatívna hypotéza znie:

$$\mu > \text{niečo}, \mu < \text{niečo};$$

rozdiel pri testovaní je iba pri výpočte p-hodnoty, kedy sa použije buď „pravý alebo ľavý chvost“ príslušného rozdelenia.